

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. И. ГЕРЦЕНА»**

Программа кандидатского экзамена

по научной специальности

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Санкт-Петербург
2022 год

Программа кандидатского экзамена по научной специальности (в 2 частях)

Часть 1. (Вещественный и комплексный анализ)

1. Меры. Счётная аддитивность мер. Продолжение меры по Лебегу.
2. Измеримые функции. Сходимость по мере и почти всюду. Теоремы Рисса, Егорова и Лузина.
3. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла.
4. Прямое произведение мер. Теорема Фубини.
5. Производная неопределённого интеграла Лебега. Абсолютно непрерывные функции.
6. Заряды. Разложение Хана-Жордана. Теорема Радона-Никодима.
7. Пространства L^p , их полнота. Ортонормированные системы в L^2 .
8. Преобразование Фурье. Свойство единственности, теорема Планшереля.
9. Дифференциальные формы на многообразии. Теорема Стокса.
10. Интегральная теорема и интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля.
11. Нули аналитических функций. Принцип аргумента. Теорема Руше.
12. Особые точки и вычеты. Теорема Коши о вычетах.
13. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.
14. Принцип сохранения области. Теорема Римана о конформной эквивалентности круга и односвязной области.
15. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Задача Дирихле. Формула Пуассона для круга.

Часть 2. (Функциональный анализ)

1. Топологическая структура метрического пространства. Полнота и пополнение. Компактность в метрических пространствах.
2. Топологическое векторное пространство. Свойства отделимости. Метризация. Полунормы и локальная выпуклость.
3. Теорема Банаха-Штейнгауза. Теорема об открытом отображении. Теорема о замкнутом графике.
4. Теоремы Хана-Банаха. Отделимость выпуклых множеств.
5. Общий вид непрерывных функционалов на основных функциональных пространствах.
6. Сопряжённое пространство. Слабая топология и слабая сходимость.
7. Спектр и резольвента. Компактные операторы. Теоремы Фредгольма.
8. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах.
9. Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Экстремальные задачи для дифференцируемых функционалов.
10. Обобщённые функции медленного роста. Дифференцирование, произведение и свёртка обобщённых функций, их преобразование Фурье.

Шкала оценивания.

Шкала	Критерии
отлично	аспирант должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение изучаемого материала; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем и методов, умение доказывать основные теоремы, показать готовность к самостоятельной исследовательской работе
хорошо	аспирант должен: продемонстрировать достаточно полное усвоение изучаемого материала; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем, умение доказывать (возможно, с незначительными погрешностями) основные теоремы; показать достаточный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
удовлетворительно	аспирант должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; продемонстрировать достаточное умение логически доказательно мыслить; показать удовлетворительный уровень знания основных понятий, теорем и методов, удовлетворительный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
неудовлетворительно	аспирант: не знает значительной части изучаемого материала; слабо владеет понятийным аппаратом дисциплины; допускает существенные ошибки при изложении материала; не демонстрирует достаточного умения логически доказательно мыслить; в целом не готов к самостоятельной исследовательской работе

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины:

Обязательная литература:

1. Натансон И. П. Теория функций вещественной переменной / И. П. Натансон. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 560 с. -
URL: <https://e.lanbook.com/book/189430>. – ЭБС Лань.
2. Евграфов М. А. Аналитические функции / М. А. Евграфов. – 4-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2022. – 448 с. –
URL: <https://e.lanbook.com/book/210101>. – ЭБС Лань.
3. Богачев В. И. Действительный и функциональный анализ: университетский курс / Богачев В. И., Смолянов О. Г. – Издание третье, исправленное и дополненное. – Москва: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2020. – 755 с. –

Дополнительная литература:

1. Смирнов В. И. Курс высшей математики: [Для мех.-мат. и физ.-мат. фак. ун-тов]. Т. 1,2 / Смирнов В. И., 1974.-
2. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ [В 2-х ч.] / Шабат Б. В., 1985. –

3. Треногин В. А. Функциональный анализ / Треногин В. А. – 4-е изд. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 488 с. –
URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>

Авторы-составители программы дисциплины:

Широков Н. А.,
доктор физико-математических наук, профессор