

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМ. А. И. ГЕРЦЕНА»**

Программа кандидатского экзамена

по научной специальности

1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Санкт-Петербург
2022 год

Программа кандидатского экзамена по научной специальности (в 2 частях)

Часть 1.

1. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем.
2. Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решений.
3. Линейные дифференциальные уравнения: структура общего решения неоднородного и однородного уравнения. Определитель Вронского.
4. Решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами, метод вариации постоянных.
5. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений. Функция Грина.
7. Задача Штурма – Лиувилля. Спектральные задачи. Свойства собственных значений.
8. Классификация линейных уравнений в частных производных второго порядка, приведение к каноническому виду.
9. Уравнение колебаний струны. Решение первой краевой задачи методом Фурье.
10. Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения.
11. Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона. Обзор методов их решения.
12. Обобщенные функции, свертка, преобразование Фурье.
13. Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка.

Часть 2. (Спектральная теория несамосопряженных дифференциальных операторов).

1. Базисы в гильбертовом пространстве. Биортогональные базисы. Замкнутость, полнота, минимальность и равномерная минимальность.
2. Базисы Рисса. Безусловные базисы. Теоремы Бари и Лорча.
3. Линейный дифференциальный оператор. Краевые условия. Формула Лагранжа. Сопряженный оператор.
4. Собственные значения, собственные и присоединенные функции дифференциального оператора. Свойства собственных значений и собственных функций самосопряженного оператора.
5. Обратный оператор. Функция Грина.
6. Асимптотика решений линейного дифференциального уравнения с параметром. Асимптотика собственных значений и собственных функций.
7. Задача обоснования метода Фурье. Разложение по собственным функциям оператора, порожденного регулярными краевыми условиями. Результаты М.В.Келдыша, Г.М. Кесельмана, В.П. Михайлова.
8. Формулы среднего значения (двухсторонние и односторонние).
9. Основные идеи работ В.А.Ильина. Оценки корневых функций операторов второго порядка и высокого порядка.
10. Критерии базисности на компакте систем корневых функций. Критерии равносходимости на компакте спектрального разложения и разложения в тригонометрический ряд Фурье.
11. Критерии бесселевости, безусловной базисности и базисности Рисса систем корневых функций оператора второго порядка и высокого порядка.

Шкала оценивания.

Шкала	Критерии
отлично	аспирант должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение изучаемого материала; последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем и методов, умение доказывать основные теоремы, показать готовность к самостоятельной исследовательской работе
хорошо	аспирант должен: продемонстрировать достаточно полное усвоение изучаемого материала; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; продемонстрировать умение логически доказательно мыслить; показать знание основных понятий, теорем, умение доказывать (возможно, с незначительными погрешностями) основные теоремы; показать достаточный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
удовлетворительно	аспирант должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; продемонстрировать достаточное умение логически доказательно мыслить; показать удовлетворительный уровень знания основных понятий, теорем и методов, удовлетворительный уровень готовности к самостоятельной исследовательской работе
неудовлетворительно	аспирант: не знает значительной части изучаемого материала; слабо владеет понятийным аппаратом дисциплины; допускает существенные ошибки при изложении материала; не демонстрирует достаточного умения логически доказательно мыслить; в целом не готов к самостоятельной исследовательской работе

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины:

Обязательная литература:

1. Тихонов А. Н. Дифференциальные уравнения/Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г.. - Москва:ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 256 с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48171. - ЭБС Лань.
2. Владимиров, Василий Сергеевич. Уравнения математической физики: [учебник для студентов вузов]/В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 398, [1] с.
- 3.

Дополнительная литература:

1. Зайцев В. Ф. Дифференциальные уравнения (структурная теория)/Зайцев В. Ф., Линчук Л. В., Флегонтов А. В.. - Санкт-Петербург: Лань, 2021. - 500 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/169802>. - ЭБС Лань.
2. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений/Бибиков Ю. Н.. - Санкт-Петербург: Лань, 2022. - 304 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/210617>. - ЭБС Лань.

3. Треногин В. А. Уравнения в частных производных/Треногин В. А., Недосекина И. С.. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 228 с.
URL: https://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59744. - ЭБС Лань.
4. Дубровский В. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория и приложения : учебное пособие/Дубровский В. В., Дубровский В. В., Кадченко С. И.. - Москва: ФЛИНТА, 2015. - 180 с. -
URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=70336. - ЭБС Лань.

Авторы-составители программы дисциплины:

Будаев В.Д.,
доктор физико-математических наук, профессор,
зав. кафедрой математического анализа