

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

«МАТЕМАТИКА»

для поступающих на 1-й курс по результатам вступительных испытаний,
проводимых университетом

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. Абитуриент может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно владения теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться абитуриентом, но при условии, что он способен их пояснить и доказать.

В связи с обновлением Федерального перечня учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения второго раздела могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

I. ОСНОВНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ

Экзаменуемый должен уметь:

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде обыкновенных и десятичных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений; пользоваться калькуляторами или таблицами для вычислений;
- проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать задачи на составление уравнений и систем уравнений;
- изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости;
- пользоваться понятием производной

II. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала математического анализа

Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.

Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы и их свойства. Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Понятие производной функции одной переменной.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$ ($n \in \mathbb{N}$), $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$; арифметического корня $y = \sqrt{x}$

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы). Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Производные функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$, $y = x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$).

Геометрия

Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь, круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости. Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.

Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды. Формула площади поверхности и объема цилиндра. Формула площади поверхности и объема конуса. Формула объема шара. Формула площади сферы.

Элементы теории вероятностей

Понятие случайного события. Невозможные и достоверные события

Определение классической вероятности и статистической частоты наступления события.

Несовместные и независимые события

Полная группа событий. Противоположные события

Сумма и произведение событий

Условная вероятность события

Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала математического анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = \frac{k}{x}$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Формула корней квадратного уравнения.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x$, $y = \cos x$ и их графики.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

Свойства показательной функции $y = a^x$ и ее график.

Свойства логарифмической функции $y = \log_a x$ и ее график

Решение уравнений вида $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Свойства и признаки параллелограмма.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойство.

Измерение угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольников. Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах

Формулы площадей поверхностей призмы и пирамиды, тел вращения.

Формулы объемов призмы и пирамиды, тел вращения.

Элементы теории вероятностей

Теоремы о сумме событий

Теоремы о произведении событий

III. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала анализа: В 2 ч.: Ч. 1: Учебник для 10-11 кл. общеобразовательных учреждений. Мордкович А. Г. – М: Издания разных лет.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Колягин Ю.М. и др. – М.: Издания разных лет.
3. Алгебра и начала математического анализа. Учебник для 10-11 кл. Колмогоров А.Н. – М.: Издания разных лет.
4. Алгебра 9 класс. Учебник для 9 кл. Колягин Ю.М. и др. – М.: Издания разных лет.
5. Геометрия. 10-11 кл. Базовый и профильный уровни. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
6. Геометрия. 7-9 кл. Атанасян Л.С. и др. – М.: Издания разных лет.
7. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Математика. Вероятность и статистика 7-9 кл. Издания после 2023 г.
8. Высоцкий И.Р., Ященко И.В. Математика. Вероятность и статистика. Базовый и углубленный уровни. 10-11 кл. Издания после 2023 г.

IV. ФОРМА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Вступительное испытание проводится в форме собеседования. При собеседовании каждому абитуриенту предлагаются два задания: теоретическое и практическое.

Теоретическое задание предполагает формулировку определения, теоремы, описание свойств объекта из разделов программы «Основные математические понятия и факты», «Основные формулы и теоремы». Второе задание – практическое, предполагает описание решения задачи по материалу тех же разделов. Примеры заданий приведены ниже.

Абитуриент начинает отвечать сразу после получения задания.

Объявление итогов происходит в соответствии с графиком оглашения результатов вступительных испытаний в бакалавриат.

V. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ РАБОТ ПО МАТЕМАТИКЕ

Результаты собеседования оцениваются по 100-балльной системе. Максимальное количество баллов, выставляемых за первое задание – 30, за второе – 70. Экзаменаторы оставляют за собой право на уточняющие вопросы по выполняемым заданиям.

Количество баллов	Критерии оценки
100 – 81 баллов	Абитуриент демонстрирует знание содержания вопросов, свободно владеет соответствующим терминологическим аппаратом, самостоятельно выполнил практическое задание и прокомментировал решение.
80 – 61 баллов	Абитуриент допускает неточности при изложении содержания вопроса, в целом владеет соответствующим терминологическим аппаратом, допускает негрубые ошибки при выполнении практического задания.
60 – 40 баллов	Абитуриент допускает грубые ошибки при изложении содержания вопроса, затрудняется в применении терминологии, выполняет практическое задание после конкретизирующих вопросов преподавателей.
39 – 0 баллов	Абитуриент не знает содержание вопроса, не способен применять математическую терминологию, не способен самостоятельно выполнить практическое задание.

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ

Пример 1.

1. Сформулируйте теорему о квадратном корне из произведения.
2. Опишите решение задачи: Все ребра правильной четырехугольной пирамиды равны 2. Найдите ее объем.

Пример 2.

1. Сформулируйте теорему Пифагора.
2. Опишите решение задачи: Вычислите $\log_7 343 + \log_{32} 2$.

Пример 3.

1. Перечислите основные свойства показательной функции.
2. Опишите решение задачи: Некоторые три угла выпуклого четырехугольника равны 73° , 96° , 107° . Можно ли около этого четырехугольника описать окружность?

Пример 4.

1. Сформулируйте определение конуса, назовите его основные элементы.

2. Опишите решение задачи: На координатной плоскости построен график функции $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 12$. Определите точки пересечения этого графика с осями координат.